b)

$$\lim_{x\to(-1)^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{x+1}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=+\infty$$

(ζ_f) admet une demi tangente verticale au point d'abscisse (-1)

c) $\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=+\infty$

la droite d'équation : x=1 est une asymptote à (ζ_f)

d) $f'(x)=\frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}>0 \quad \forall x\in]-1,1[$

x	-1		1
f '(x)	|	+	|
f(x)	0	↗	+∞

2) a) A(0,1)

(T) : y=f'(0).(x-0)+f(0)

(T) : y=x+1

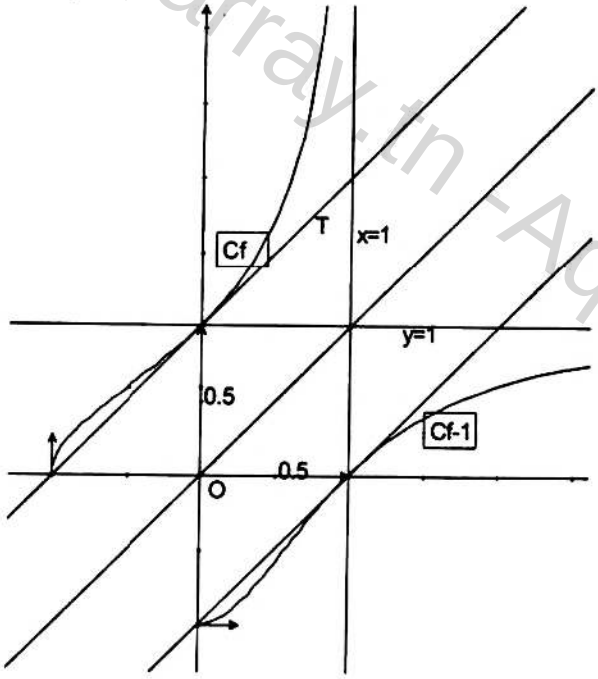
b)

$$f(x)-(x+1)=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-(1+x)=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.\left[1-\sqrt{1-x^2}\right]$$

$1-x^2\le1\Rightarrow\sqrt{1-x^2}\le1$

$\Rightarrow f(x)-(x+1)\ge0$

(ζ_f) est au dessus de (T)



3) a) f est continue et strictement croissante sur [-1,1[elle réalise donc une bijection de [-1,1[sur J=f([-1,1[) $J=\left[f(-1),\lim_{-1}f(x)\right[=[0,+\infty[$

b) $(\zeta_{f^{-1}})=S_\Delta(\zeta_f)$ Δ : y=x (figure)

EX 11 :

$$f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$$

1) f est dérivable sur $\mathbb{R}$

$$f'(x)=\frac{1}{(x^2+2x+2).\sqrt{x^2+2x+2}}>0$$

- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{(x+1)^2}{x^2+2x+2}}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}}$

- $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2})}}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x(1+\frac{1}{x})}{|x|.\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x(1+\frac{1}{x})}{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-(1+\frac{1}{x})}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}=-1$$

x	-∞		+∞
f '(x)		+	
f(x)	-1	↗	1

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn